

Implémentation numérique et application d'un modèle de rupture ductile avec effets de forme des cavités

L. MORIN^a, J.-B. LEBLOND^a, D. MOHR^{b,c}, D. KONDO^a

- a. Institut Jean Le Rond d'Alembert (CNRS-UMR 7190), Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, Paris, France
b. Laboratoire de Mécanique des Solides (CNRS-UMR 7649), Département de Mécanique, École Polytechnique, Palaiseau, France
c. Impact and Crashworthiness Laboratory, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA

Résumé

Ces travaux sont consacrés à l'implémentation numérique et à l'application d'un modèle récent de rupture ductile pour les matériaux isotropes contenant des cavités ellipsoïdales générales. Dans un premier temps, on formule un modèle constitutif de rupture ductile en complétant le critère de plasticité macroscopique de Madou et Leblond [7–10]. On propose ensuite un algorithme pour résoudre l'étape locale du problème élastoplastique, permettant de réduire le problème à la résolution de deux équations non-linéaires couplées portant sur deux inconnues. Cet algorithme, implémenté dans les codes de calcul SYSTUS et ABAQUS, a permis d'appliquer le modèle : (i) la première application est dédiée à la comparaison des prédictions du modèle Madou-Leblond avec des calculs micromécaniques en cisaillement de Tvergaard et al. [13, 15], pour des cavités initialement sphériques ou cylindriques ; (ii) la seconde application est consacrée à l'étude d'une structure soumise à du cisaillement ; les prédictions du modèle sont confrontées avec des résultats expérimentaux [1, 2].

Abstract

The aim of this work is to numerically implement and apply a recent model of ductile fracture for isotropic materials containing general ellipsoidal voids. First, we formulate a complete constitutive model of ductile fracture by completing Madou and Leblond's macroscopic yield criterion [7–10]. A local algorithm of plastic correction of the elastic stress tensor is then proposed, which permits to reduce the problem to the resolution of two coupled nonlinear equations on two unknowns. This algorithm, implemented in the finite element codes SYSTUS and ABAQUS, has permitted to apply the model : (i) the first application is dedicated to the comparison between the predictions of Madou-Leblond's model and micromechanical finite element simulations of Tvergaard et al. [13, 15] for shear-dominant loadings, for initially spherical or cylindrical voids ; (ii) the second application is dedicated to the study of a structure subjected to shear-dominant loadings ; the predictions of the model are compared to experimental results [1, 2].

Mots clefs : rupture ductile ; cavités ellipsoïdales ; cisaillement ; implémentation numérique

1 Introduction

La rupture ductile est le mode dominant de ruine des alliages métalliques à température moyenne et élevée, suite à la nucléation, la croissance et la coalescence de microcavités. Le modèle le plus célèbre de rupture ductile est celui proposé par Gurson [5]. Ce modèle a été obtenu à partir de l'analyse limite d'une sphère creuse soumise à des conditions de taux de déformation homogène sur le bord. Pour mieux rendre compte de la forme réelle des cavités, Gologanu *et al.* ont par la suite étendu le modèle de Gurson au cas des vides sphéroïdaux [3, 4] (modèle GLD). Très récemment, Madou et Leblond ont étendu les critères précédents au cas des cavités ellipsoïdales

générales [7–10] (modèle ML).

Les modèles de rupture ductile mentionnés précédemment doivent être validés avant de pouvoir envisager leur utilisation dans un contexte industriel ; la comparaison des prédictions des modèles avec des simulations micromécaniques sur des problèmes d'évolution est notamment cruciale pour pouvoir les évaluer. Le modèle de Gurson a ainsi été validé par les calculs micromécaniques de Koplik et Needleman [6] pour des chargements axisymétriques à triaxialité élevée (les cavités restent alors sphériques). Le modèle GLD a quant à lui été validé par Pardo et Hutchinson [14] pour des triaxialités hautes mais également basses (pour lesquelles les cavités sont non-sphériques). On notera que pour les faibles triaxialités, le modèle de Gurson ne permet pas de reproduire les résultats numériques en raison des effets de forme importants.

Le modèle GLD est cependant inadapté dès que les chargements ne sont plus axisymétriques, par exemple lorsqu'il y a du cisaillement. D'importants efforts numériques [13, 15] et expérimentaux [1, 2] ont été récemment menés pour comprendre la rupture ductile en cisaillement. Les travaux micromécaniques de Nielsen *et al.* [13] révèlent notamment qu'en présence de cisaillement, des cavités initialement sphériques se déforment et tournent pour finalement devenir des ellipsoïdes ayant trois axes différents, et la porosité diminue.

La simulation précise de la rupture ductile en présence de cisaillement en utilisant un modèle micromécanique incorporant les effets de forme des cavités demeure un problème ouvert. L'objectif de ces travaux est donc d'implémenter numériquement le modèle récent de Madou-Leblond pour les matériaux isotropes contenant des cavités ellipsoïdales générales [7–10] afin de l'appliquer à des problèmes où le cisaillement est important.

2 Implémentation numérique du modèle

On considère le critère de plasticité macroscopique de Madou-Leblond [7, 8], obtenu à partir l'analyse limite d'une cellule ellipsoïdale générale contenant une cavité ellipsoïdale confocale, et soumise à des conditions de taux de déformation homogène sur le bord :

$$\Phi(\sigma) = \frac{\sigma : \mathbb{Q} : \sigma}{\bar{\sigma}^2} + 2q(1+g)(f+g)^* \cosh \left[\frac{\mathbf{H} : \sigma}{\bar{\sigma}} \right] - (1+g)^2 - q^2(f+g)^{*2} \leq 0. \quad (1)$$

Dans cette expression, f est la porosité, g est la “seconde porosité”, $\bar{\sigma}$ la limite d'élasticité dans la matrice, q le coefficient de Tvergaard, \mathbb{Q} un tenseur d'ordre quatre et \mathbf{H} un tenseur d'ordre deux. Le terme $(f+g)^*$ correspond à la modélisation heuristique de la coalescence en suivant l'approche de Tvergaard et Needleman [16]. Le critère de plasticité macroscopique est ensuite complété par une loi d'écoulement macroscopique obtenue par normalité, des équations d'évolution de la porosité, de la longueur et de l'orientation des axes de la cavité [10], et d'une loi d'évolution de l'écrouissage en suivant l'approche heuristique de Gurson [5].

Ce modèle de rupture ductile définit un matériau standard généralisé pourvu que (i) les évolutions du taux de déformation plastique et du paramètre d'écrouissage soient discrétisées en temps avec un *schéma implicite* ; (ii) les termes additionnels dus à la dérivée objective de σ soient discrétisés en temps avec un *schéma explicite* ; (iii) les valeurs de l'orientation et des axes de la cavité ainsi que de la porosité utilisées dans le critère et la loi d'écoulement soient celles du *temps précédent*. Dans ces conditions, le problème de projection locale a une solution unique ; nous proposons ainsi un algorithme de type retour radial permettant de réduire l'étape locale de projection à la résolution de deux équations non-linéaires couplées portant sur deux inconnues, le multiplicateur plastique et un scalaire lié au tenseur des contraintes. Cet algorithme a ensuite été implémenté dans les codes de calcul SYSTUS et ABAQUS afin d'envisager des applications du modèle.

3 Rupture ductile en cisaillement : comparaison avec des calculs micromécaniques d'évolution

La première application est dédiée à la comparaison des prédictions du modèle ML avec des calculs micromécaniques d'évolution de Tvergaard *et al.* [13, 15] sur des cellules élémentaires contenant des cavités sphériques

ou cylindriques chargées en cisaillement. Dans ces simulations, on observe numériquement un adoucissement du matériau, même pour du cisaillement pur ; dans ce cas de figure, la cavité se referme et la porosité diminue pour tendre vers zéro. Le modèle de Gurson ne pouvant pas prédire cet adoucissement (car la porosité diminue), il est très intéressant d'étudier les prédictions d'un modèle de rupture ductile incorporant les effets de forme.

Le modèle de Madou-Leblond est ainsi appliqué à une maille unique, pour les mêmes trajets de chargement que ceux considérés dans les simulations micromécaniques [13, 15] ; on utilise le code de calcul SYSTUS pour réaliser les simulations. Les déplacements imposés sont ajustés par une méthode de Newton de façon à imposer le rapport $\kappa = \Sigma_{22}/\Sigma_{12}$ caractérisant la part de cisaillement.

On étudie l'évolution de la contrainte de cisaillement normalisée Σ_{12}/σ_0 (voir Figure 1a), de la porosité normalisée f/f_0 (voir Figure 1b), de l'orientation du vide et des axes [11], pour une cavité initialement sphérique de porosité $f_0 = 0.0165$ en fonction de l'angle de cisaillement macroscopique Ψ . (Les mêmes quantités ont également été étudiées pour des cavités initialement cylindriques à base circulaire et elliptique [11]).

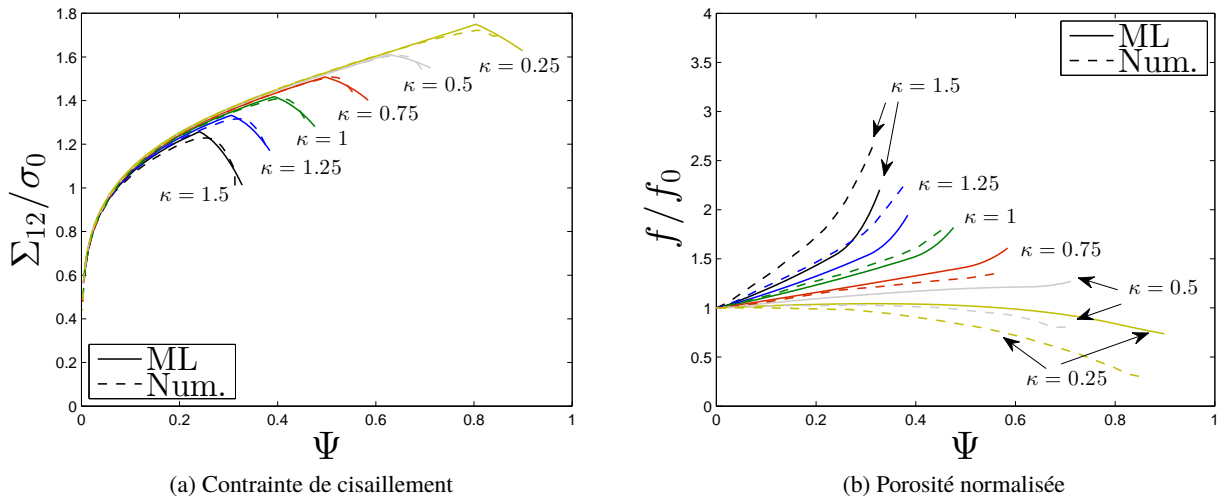


FIGURE 1 – Evolutions de la contrainte de cisaillement et de la porosité en fonction de l'angle de cisaillement pour une cavité initialement sphérique. La porosité initiale vaut $f_0 = 0.0165$.

Le modèle permet de très bien reproduire les calculs micromécaniques avec du cisaillement intense. L'adoucissement de la contrainte est en particulier très bien reproduit par le modèle. Les évolutions de la porosité, des axes de la cavité ainsi que son orientation sont en général bien reproduites. L'effet important de la forme initiale du vide est également bien capté. Il faut noter que l'apparition de l'adoucissement est permis grâce à une modélisation heuristique de la coalescence [16] portant sur le paramètre $(f + g)^*$ lié à la porosité et à la forme des cavités.

Ces résultats soulignent l'importance des effets de forme sur la prédiction de la rupture ductile en présence de cisaillement (là où le modèle de Gurson ne prédit pas d'adoucissement), et constituent une première validation du modèle ML.

4 Rupture ductile en cisaillement : comparaison avec des expériences

4.1 Présentation des simulations

L'objectif de cette section est de reproduire des expériences récentes de rupture ductile en présence de cisaillement [1, 2]. On considère une éprouvette "butterfly" soumise à un chargement mixte traction/cisaillement (voir Figure 2). Les déplacements u_x et u_y sont ajustés de façon à imposer le rapport entre la force verticale F_V et

de la force horizontale F_H à travers l'angle de chargement bi-axial β défini par $\tan(\beta) = F_V/F_H$. Quatre chargements différents ont été considérés : $\beta = 0^\circ$ (cisaillement pur), $\beta = 25^\circ$ (cisaillement majoritaire), $\beta = 63^\circ$ (traction majoritaire) et $\beta = 90^\circ$ (traction). On s'intéresse à deux aspects : (i) l'évolution de la force horizontale F_H en fonction du déplacement horizontal u_x et de la force verticale F_V en fonction du déplacement vertical u_y et (ii) le lieu de l'amorçage de la fissure, à travers les répartitions de la déformation principale et du paramètre d'endommagement. Les simulations numériques ont été effectuées avec le code de calcul ABAQUS en utilisant une routine UMAT.

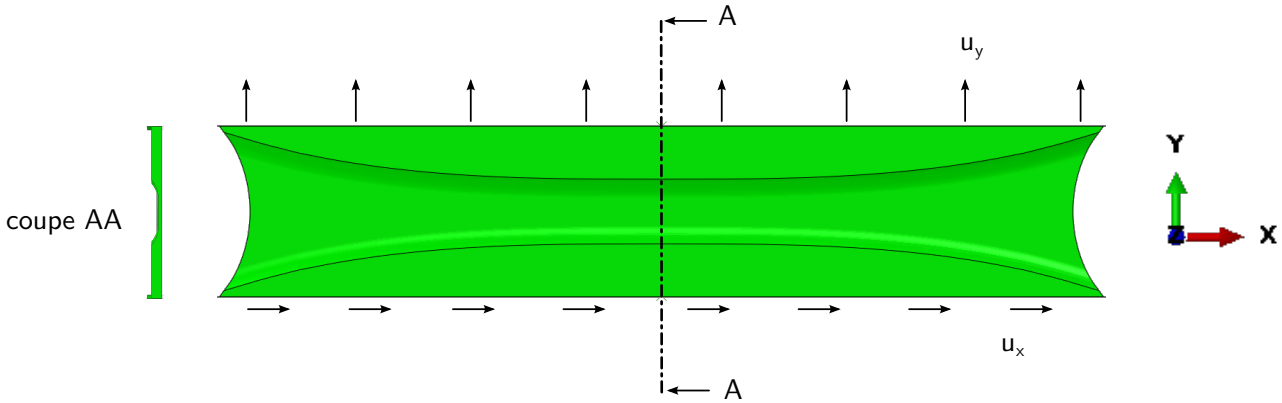


FIGURE 2 – Eprouvette butterfly et conditions aux limites.

4.2 Résultats

Les courbes d'évolution des forces en fonction des déplacements sont représentées Figures 3a-b pour les quatre cas de chargement $\beta = [0^\circ; 25^\circ; 63^\circ; 90^\circ]$. Dans l'ensemble, les résultats expérimentaux sont très bien reproduits par le modèle ML, pour toutes les valeurs de β . La rupture finale est instable (aussi bien expérimentalement que numériquement), ce qui se traduit par un adoucissement extrême des contraintes (pente verticale de la courbe force-déplacement). Il faut noter que la ruine finale dans les calculs numériques ne coïncide pas parfaitement avec celle observée numériquement en raison de la modélisation heuristique de la coalescence.

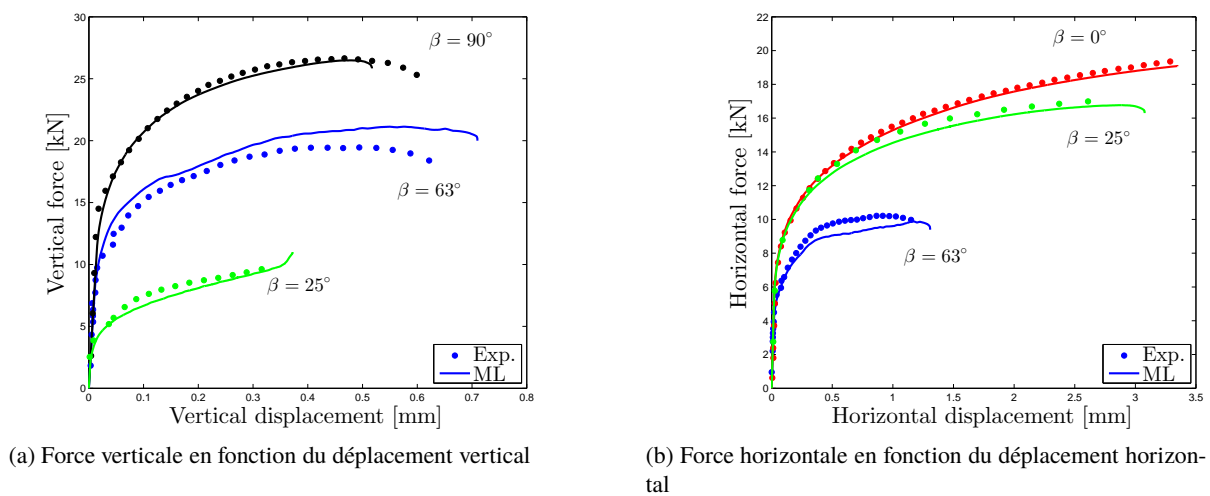


FIGURE 3 – Courbes force-déplacement.

Le lieu d'amorçage de la fissure, représenté Figure 4 uniquement pour le cas $\beta = 63^\circ$ (voir [11] pour les autres cas), est dans l'ensemble très bien reproduit par le modèle ML en comparaison avec les photographies

des spécimens fracturés [2]. Dans toutes ces simulations, l'augmentation de l'endommagement est initiée à l'intérieur de l'éprouvette, ce qui suggère que la fissure s'amorce au centre de l'éprouvette puis se propage ensuite vers le bord libre. Dans les cas $\beta = [90^\circ; 63^\circ; 25^\circ]$, l'endroit où l'endommagement est maximal dans les simulations numériques coïncide presque parfaitement avec la position expérimentale de l'amorce de la fissure.

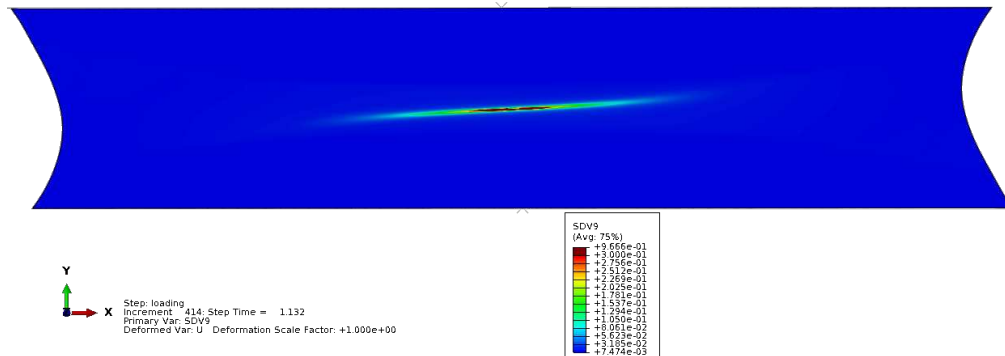


FIGURE 4 – Lieu de la fissure pour le cas $\beta = 63^\circ$: répartition du paramètre d'endommagement au centre de l'éprouvette.

Le modèle ML permet ainsi de bien reproduire les résultats expérimentaux concernant les courbes force-déplacement et le lieu de la fissure. Il faut également noter que le modèle de Gurson ne permet pas de reproduire l'adoucissement ni l'apparition de la fissure observés expérimentalement dans le cas $\beta = 0^\circ$ (cisaillement). Ces résultats soulignent l'importance de la prise en compte des effets de forme des cavités sur la rupture ductile à faible triaxialité.

5 Conclusion et perspectives

Nous avons implémenté et appliqué un modèle de rupture ductile incorporant les effets de forme des cavités. L'algorithme de projection locale, qui se réduit à la résolution de deux équations non-linéaires portant sur deux inconnues, a été implémenté dans les codes de calcul par éléments finis SYSTUS et ABAQUS afin d'appliquer le modèle à des situations où les effets de forme sont importants. Dans un premier temps, nous avons comparé avec succès les prédictions du modèle avec des simulations micromécaniques en cisaillement de Tvergaard *et al.* [13, 15], aussi bien pour l'évolution des contraintes que des paramètres internes, mettant en évidence l'importance de la prise en compte des effets de forme des cavités sur la rupture ductile en cisaillement. La seconde application du modèle a été consacrée à l'étude d'une structure soumise à du cisaillement [1, 2]. Le modèle a permis de reproduire les courbes force-déplacement ainsi que le lieu d'amorçage de la fissure obtenus expérimentalement, pour divers cas de chargements allant de la traction au cisaillement.

Bien que ce modèle ait permis de reproduire l'adoucissement en cisaillement observé dans de nombreuses simulations numériques et expériences, il faut noter qu'il comporte encore une modélisation heuristique de la coalescence, basée sur l'approche de Tvergaard et Needleman [16]. Certains points restent donc à améliorer afin de simuler plus précisément la rupture ductile en cisaillement : (i) l'utilisation d'un modèle micromécanique de coalescence couplant la traction et le cisaillement est maintenant nécessaire pour bien reproduire la phase ultime de dégradation des matériaux ductiles ; (ii) l'extension du modèle de Madou-Leblond au cas de l'anisotropie plastique est également un point nécessaire afin de mieux modéliser les alliages métalliques qui présentent en général une anisotropie plastique [12].

Références

- [1] M. DUNAND AND D. MOHR, *On the predictive capabilities of the shear modified Gurson and the modified*

- Mohr–Coulomb fracture models over a wide range of stress triaxialities and Lode angles*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 59 (2011), pp. 1374–1394.
- [2] M. DUNAND AND D. MOHR, *Optimized butterfly specimen for the fracture testing of sheet materials under combined normal and shear loading*, Engineering Fracture Mechanics, 78 (2011), pp. 2919–2934.
- [3] M. GOLOGANU, J.-B. LEBLOND, AND J. DEVAUX, *Approximate models for ductile metals containing non-spherical voids—case of axisymmetric prolate ellipsoidal cavities*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 41 (1993), pp. 1723–1754.
- [4] M. GOLOGANU, J.-B. LEBLOND, AND J. DEVAUX, *Approximate Models for Ductile Metals Containing Nonspherical Voids—Case of Axisymmetric Oblate Ellipsoidal Cavities*, Journal of Engineering Materials and Technology, 116 (1994), pp. 290–297.
- [5] A. L. GURSON, *Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth : Part I—Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media*, Journal of Engineering Materials and Technology, 99 (1977), pp. 2–15.
- [6] J. KOPLIK AND A. NEEDLEMAN, *Void growth and coalescence in porous plastic solids*, International Journal of Solids and Structures, 24 (1988), pp. 835–853.
- [7] K. MADOU AND J.-B. LEBLOND, *A Gurson-type criterion for porous ductile solids containing arbitrary ellipsoidal voids—I : Limit-analysis of some representative cell*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 60 (2012), pp. 1020–1036.
- [8] K. MADOU AND J.-B. LEBLOND, *A Gurson-type criterion for porous ductile solids containing arbitrary ellipsoidal voids—II : Determination of yield criterion parameters*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 60 (2012), pp. 1037–1058.
- [9] K. MADOU AND J.-B. LEBLOND, *Numerical studies of porous ductile materials containing arbitrary ellipsoidal voids – I : Yield surfaces of representative cells*, European Journal of Mechanics - A/Solids, 42 (2013), pp. 480–489.
- [10] K. MADOU, J.-B. LEBLOND, AND L. MORIN, *Numerical studies of porous ductile materials containing arbitrary ellipsoidal voids – II : Evolution of the length and orientation of the void axes*, European Journal of Mechanics - A/Solids, 42 (2013), pp. 490–507.
- [11] L. MORIN, *Influence des effets de forme et de taille des cavités, et de l'anisotropie plastique sur la rupture ductile*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2015).
- [12] L. MORIN, J.-B. LEBLOND, AND D. KONDO, *A Gurson-type criterion for plastically anisotropic solids containing arbitrary ellipsoidal voids*, International Journal of Solids and Structures (Revised).
- [13] K. L. NIELSEN, J. DAHL, AND V. TVERGAARD, *Collapse and coalescence of spherical voids subject to intense shearing : studied in full 3D*, International Journal of Fracture, 177 (2012), pp. 97–108.
- [14] T. PARDOEN AND J. W. HUTCHINSON, *An extended model for void growth and coalescence*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 48 (2000), pp. 2467–2512.
- [15] V. TVERGAARD, *Effect of initial void shape on ductile failure in a shear field*, Mechanics of Materials, (2015).
- [16] V. TVERGAARD AND A. NEEDLEMAN, *Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar*, Acta metallurgica, 32 (1984), pp. 157–169.